Lesław KYZIOŁ, Grzegorz HAJDUKIEWICZ
Gdynia Maritime University (Uniwersytet Morski w Gdyni)

APPLICATION OF THE KOLMOGOROV-SINAI ENTROPY IN DETERMINING THE YIELD POINT, AS EXEMPLIFIED BY THE EN AW-7020 ALLOY

Zastosowanie metody entropii metrycznej Kolmogorow-Sinai do wyznaczenia granicy plastyczności na przykładzie stopu EN AW-7020

Abstract: The article presents a method of determining the yield point, applying calculations based on the Kolmogorov-Sinai (K-S) metric entropy model. Data used in metric entropy calculations was obtained during a static tensile test of the AW-7020 aluminium alloy. The methodology of K-S entropy calculations was presented and illustrated by a selected example from a data collection. Analyzing the results obtained, the values of an arbitrary yield point were compared for R_{02} selected samples with the values of the yield point obtained using the metric entropy method R_{eK-S} .

Keywords: Kolmogorov-Sinai metric entropy, yield point, determination of arbitrary yield point applying the K-S metric entropy method

Streszczenie: W artykule przedstawiono sposób wyznaczania granicy plastyczności wykorzystując obliczenia oparte na entropii metrycznej Kolmogorow-Sinai (K-S). Dane do obliczeń entropii metrycznej uzyskano w czasie wykonania statycznej próby rozciągania stopu aluminium AW-7020. Opisano dokładnie metodologię obliczeń entropii K-S ilustrując ją wybranym przykładem ze zbioru danych. Analizując uzyskane wyniki porównano wartości umownej granicy plastyczności R_{02} wybranych próbek z wartościami granicy plastyczności uzyskanymi metodą obliczenia entropii metrycznej R_{eK-S} .

Słowa kluczowe: entropia metryczna Kolmogorow-Sinai, granica plastyczności, wyznaczanie umownej granicy plastyczności metodą entropii metrycznej K-S

1. Introduction

Yield point is one of the basic parameters of structural materials, and is therefore frequently applied in engineering calculations, and precisely in machine design. For isotropic materials, yield point determination methods based on the graphic interpretation of the single-axial tensile curve, and this determination method is included in applicable standards – both for the express and for the arbitrary yield point.

For materials having ideal elastic and plastic tensile characteristics – determination of the yield point is explicit. After a material has surpassed its plastic flow, its structure reinforces. However, plastic flow itself displays the so-called transitional effect which can take on different geometric shapes. Many structural materials do not have a plastic flow point, and their elasticity characteristics are not always linear.

The study focuses on Kolmogorov-Sinai (K-S) metric entropy calculations relative to measurement data obtained from mechanical testing carried out on a universal testing machine. Based on metric entropy, new numerical procedures were proposed for determining the yield points of structural materials which do not indicate a clear yield point, as exemplified by the Al-Zn-Mg aluminum alloy.

The primary purpose of the study was to verify the possibility of applying the (K-S) metric entropy method in determining the yield point, as exemplified by the EN AW-7020 aluminum alloy subjected to various thermal treatments. The yield point values obtained using the K-S method were compared to the values obtained for an arbitrary yield point of the tested aluminum alloy in a static tensile test carried out on a universal testing machine.

2. Kolmogorov-Sinai metric entropy in material testing

Classic thermodynamic entropy entails the flow energy from large to small scale [1]. According to the second law of thermodynamics, the total entropy of an isolated system can never decrease over time, and will thus always approach positive values. A statistical interpretation of the second law of thermodynamics was coined by L. Boltzmann. This interrelation was expressed by formula:

$$S = k \cdot \ln W \quad (1)$$

This means that the dynamics of a system leads to the formation of increasingly probable states as it approaches the maximum value of thermodynamic probability.

K-S metric entropy joins opposite-direction energy flow, i.e. transitions from small-scale to large-scale dispersion [4]. Energy dispersion is never a continuous process. As a dynamic notion, K-S entropy is the “entropy of a time unit” [7] and is therefore non-negative, but can both increase and decrease [10]. The relationship between static mechanics and the theory of chaos reflects the notion of K-S metric entropy which in the case of samples stretched on a universal testing machine, is based on an assumption that the qualitative changes which take place at the structural threshold separating the elastic state from the plastic state correspond to a specific measurement point. The energy dissipation which takes place in the system (universal testing machine - sample) and the deterministic chaos of data related to this phenomenon causes the variability of metric entropy. A precisely selected method of calculating the K-S metric entropy based on data obtained through testing can be used to determine the yield point, for which the recorded deformation passes from elastic deformations to plastic deformations.

Data obtained from tests carried out according to PN-EN ISO 6892-1:2010P [14] was used in K-S metric entropy calculations. The tensile test was carried out maintaining a fixed tensile force [8].

3. Material and test procedure

The samples used in mechanical tests of the studied EN AW-7020 aluminium alloy were obtained from sheet metal of 10 mm. Its chemical composition is presented in table 1. The samples used in tests were divided into four groups and subjected to thermal treatment. The parameters of thermal treatment are presented in table 2.

Table 1

Chemical composition of EN AW-7020 alloy sheeting

Material	Chemical composition [%]										No. of lot and certificate
	Zn	Mg	Cr	Zr	Ti	Fe	Si	Cu	Mn	Al	
7020	4.53	1.22	0.19	0.13	0.03	0.24	0.10	0.14	0.24	reszta	1-12-9007

Table 2

Parameters of thermal treatment applied for samples obtained from 10 mm thick AW-7020 alloy sheeting

Determination of samples	State	Heat treatment parameters
0A, 0B, 0C	T0	delivery state
1A, 1B, 1C	T4	solution heat treatment 450 °C/1,5 h, cooling air 20 °C, natural ageing 6 days
2A, 2B, 2C	T41	solution heat treatment 450 °C/1,5 h, natural ageing 100 days
3A, 3B, 3C	T61	solution heat treatment 450 °C/1,5 h, cooling water 20 °C, natural ageing 20°C/6 days + artificial ageing: 95°C/15h + 150°C/10h

The mechanical properties of the tested aluminium alloy primarily depend on the chemical composition and thermal treatment [2, 3, 5, 6, 9, 13, 12, 16].

4. Static tensile test results

Following thermal treatment, the samples underwent a tensile test, applying the Zwick&Roell universal test machine.

Fig. 1. Course of the tensile diagram 0C, as delivered from the EN AW-7020 aluminium alloy

Fig. 2. Course of the tensile diagram 3C with the yield point determined for sample 3C in state T61 of the EN AW-7020 aluminium alloy

Figs. 1 and 2 present model printout data from the universal test machine in a static tensile test carried out for samples 0C (as delivered) and 3C (state T61) and the method of determining the yield point in accordance with PN-EN ISO 6892-1.

Fig. 3. Collective diagram of the course of tensile test of EN AW-7020 aluminium alloy in various states

Table 3

The results of a static tensile test carried out for EN AW-7020 alloy samples for various states of thermal treatment

sample designation	E , GPa	$R_{0,2}$, MPa	R_m , MPa	F_m , kN	A_{50} , %	L_c , mm	L_o , mm	d_o , mm	S_o , mm	Z , %	
0A	71	298	380	19,07	10,90	60,00	50,00	7,99	50,14	17,89	
0B	70	293	379	19,11	12,13			8,01	50,39	18,75	
0C	70	293	379	19,09	13,30			8,01	50,39	18,53	
average	70	295	379	19,09	12,11						18,39
1A	74	222	354	17,63	13,51	60,00	50,00	7,96	49,76	22,44	
1B	72	221	354	17,79	14,68			8,00	50,27	22,78	
1C	71	221	353	17,79	13,58			8,00	50,27	22,56	
average	72	221	354	17,74	13,92						22,59
2A	72	251	397	19,91	14,45	60,00	50,00	7,99	50,14	19,25	
2B	71	245	390	19,79	14,55			8,04	50,77	20,25	
2C	71	248	393	19,90	14,34			8,03	50,64	19,38	
average	71	248	393	19,87	14,45						19,62
3A	71	360	414	20,86	12,43	60,00	50,00	8,01	50,39	45,93	
3B	73	361	416	20,86	13,44			7,99	50,14	46,21	
3C	73	361	415	20,80	13,41			7,99	50,14	47,67	
average	72	361	415	20,84	13,09						46,60

Table 3 presents the results of a pull test carried out on EN AW-7020 alloy samples. The purpose of the study was not to determine the impact of thermal treatment (for a fixed chemical composition) on the strength of the tested aluminium alloy, but to determine the arbitrary yield point. The yield point values obtained for the tested alloy based on diagrams obtained in a static tensile test can be used as the basis for verifying the yield point results obtained using the K-S metric entropy method.

5. Static tensile test and the K-S metric entropy method

During a strength test, various measurement distortions are identified in the machine – sample system. These distortions generally stem from the non-uniformity of the deformation field and stress related to the structure of the sample material, its shape and its fastening. Non-linear machine - sample parameters are synergistic variables which affect one another greatly due to the feedback from universal test machine systems. Damage of the sample material initiates a local process which significantly affects the dynamic characteristics of the system. The occurrence of deterministic chaos in collections of experimental data, one that characterizes the behaviour of materials under preset loads in laboratory conditions on strength testing machines, has not been sufficiently tested yet [7].

The study descriptively presents the practical usages of the new method of determining the yield point of materials and of verifying the results obtained using this method - with results obtained according to EN ISO 6892-1 [14].

Based on the data obtained from the static tensile test of the AW-7020 alloy, collections of absolute elongation (expressed in m) were created for individual measurement points. For each of the samples, these collections indicate the courses of deformation in the function of time $\varepsilon(t)$. All sample tensile tests were carried out for a fixed force velocity F (force-controlled tests). The absolute elongation value collections were used as input filed for calculating metric entropy (measurement data entropy). Calculations performed using the K – S method consist in dividing the collection of absolute elongation values for individual measurement points into numerical intervals. Next, the intervals are divided into sub-intervals and calculations are performed for the entropy value obtained for each interval, according to the principle coined by Kolmogorov-Sinai [11, 15]:

$$S = -\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i \quad (2)$$

A practical description of the use of the K-S metric entropy method in determining the mechanical properties of materials is presented below. For this purpose, table 4 presents one full 40-digit interval obtained from a collection of absolute elongation values in the course of a test of sample 0B. The numerical intervals adopted include subsequent values of displacements, carried out using the Epsilon 3542 extensometer. The displacement values obtained in measurement points from no. 61 to no. 100 were recorded. The lowest recorded value in this numerical interval is 0.005148302 mm, and the highest is 0.011766839 mm. The interval was divided into four unilaterally closed sub-intervals (from $i = 1$ to $N = 4$) of even values (0.00165463425 mm each), marked

in table 4 as columns: I, II, III, IV Next, likelihood p_i was so calculated that an element of the adopted 40-digit interval belongs to a suitable sub-interval (table 4). The likelihood calculated for each of the sub-intervals p_i was ultimately used to calculate metric entropy S for the selected 40-digit interval according to the following dependence (2) [6]:

$$S = -\sum_{i=1}^N p_i \ln_i = -(-0,3550195 - 0,361191 - 0,33562125 - 0,321888) = 1,37371975$$

Table 4

Method of calculating the K-S metric entropy on a selected data collection

	4 adopted subintervals			
	I	II	III	IV
	min subintervals 0,0051483020	min subintervals 0,00680293625	min subintervals 0,0084575705	min subintervals 0,01011220475
adopted 40 numerical interval	0,005148302	0,006914268	0,008595097	0,011112022
	0,005357514	0,007072817	0,008752155	0,011341142
	0,005546699	0,007220338	0,008914637	0,011562156
	0,005713354	0,007361363	0,009072232	0,011766839
	0,005861710	0,007493149	0,009222615	0,011112022
	0,006002436	0,007619510	0,009370374	0,011341142
	0,006139706	0,007743965	0,009538340	0,011562156
	0,006282101	0,007875155	0,009723830	0,011766839
	0,006434212	0,008010696	0,009936857	
	0,006591628	0,008152234		
	0,006750832	0,008293080		
		0,008442807		
	max subintervals <0,00680293625	max subintervals <0,0084575705	max subintervals <0,01011220475	max subintervals <0,011766839
p_i	0,275	0,300	0,225	0,200
$\ln p_i$	-1,29098	-1,20397	-1,49165	-1,60944
$p_i \ln p_i$	-0,3550195	-0,361191	-0,33562125	-0,321888
S	1,37371975			

The value of calculated entropy S was assigned to a central point of the adopted interval, i.e. for measurement point no. 80.

To calculate metric entropy S for the complete collection of elongation values recorded for sample 0B, calculations should be carried out applying the aforementioned method for all 40-digit intervals in this collection. For sample 0B, the number of recorded measurement points is 2381. Metric entropy should be therefore calculated for: $2381 - 40 = 2341$ intervals.

In this method, it is essential to prepare the input data used to calculate metric entropy correctly. During a static tensile test, it is recorded at a sampling frequency set by the operator: force (with a fixed sample section), stress and elongation.

The minimum value of metric entropy in the vicinity of the passage from elastic to plastic state is marked by the point that separates individual states of the process [7]. The deformation value which corresponds to the measurement point, in which minimum metric entropy occurs (fig. 4 and fig. 6) corresponds to the yield point of the material. This value is determined using a chart $\sigma = f(n)$ (n – measurement point), in which the point corresponding to minimum entropy sets (fig. 5 and fig. 7) the yield point, for which the recorded deformation passes from elastic deformation to plastic deformation.

6. Determination of yield point applying the K-S metric entropy method

One sample for each thermal treatment state was selected for determining the yield point applying the K-S metric entropy method: 0C, 1C, 2C, 3C. Model calculation of entropy for samples 0C and 3C is presented below. Elongation measurement data recorded using the Epsilon 3542 extensometer with a 50 mm measurement base, was used to calculate K-S metric entropy. Elongation measurements and records were limited to 4.9 mm.

a) K-S entropy calculations for sample 0C

Metric entropy was calculated for a data collection containing 2,381 measurement points corresponding to respective displacement values, measured using an extensometer in a measurement interval up to 4.9 mm. Metric entropy was calculated for the entire collection dedicated computer software according to section 4. An interval length of 120 was adopted in the calculations. The interval was then divided into 4 even, unilaterally closed sub-intervals.

Fig. 4. A diagram of metric entropy calculated using the K-S method, applied on a displacement diagram in the function of measurement points for sample 0C made of EN AW-7020 aluminium alloy

The result of the calculations is presented in the form of a graph in fig. 4. For the complete collection of absolute elongation values recorded using an extensometer, the minimum calculated entropy was 1.19435818 mm and corresponded to the 1,502th measurement point.

Fig. 5. Stress distribution diagram for individual measurement points in sample 0C made of EN AW-7020 aluminium alloy

Fig. 5 presents the stress distribution diagram for individual measurement points in sample 0C made of EN AW-7020 aluminium alloy in a static tensile test. This diagram includes a point corresponding to the 1502nd measurement point, for which the stress is $\sigma = 289$ MPa. This value should be assumed to be the yield point $R_e = 289$ MPa calculated using the K-S metric entropy method for the tested sample 0C.

b) K-S entropy calculations for sample 3C

Metric entropy was calculated for a data collection containing 2487 measurement points corresponding to respective displacement values, measured using an extensometer in a measurement interval up to 4.9 mm. Metric entropy was calculated for the entire collection dedicated computer software according to section 4. An interval length of 120 was adopted in the calculations. The interval was then divided into 4 even, unilaterally closed sub-intervals.

Fig. 6. A diagram of metric entropy calculated using the K-S method, applied on a displacement diagram in the function of measurement points for sample 3C made of EN AW-7020 aluminium alloy

The result of the calculations is presented in the form of a graph in fig. 6. For the complete collection of absolute elongation values recorded using an

extensometer, the minimum calculated entropy was 1.156712921 mm and corresponded to the 1,614th measurement point.

Fig. 7. Stress distribution diagram for individual measurement points in sample 3C made of EN AW-7020 aluminium alloy

Fig. 7 presents the stress distribution diagram for individual measurement points in sample 3C made of EN AW-7020 aluminum alloy in a static tensile test. This diagram includes a point corresponding to the 1,614th measurement point, for which the stress is $\sigma = 341$ MPa. This value should be assumed to be the yield point $R_e = 341$ MPa calculated using the K-S metric entropy method for the tested sample 3C.

7. Analysis of test results

The yield point study carried out for the EN AW-7020 aluminium alloy in various states of thermal treatment, as determined by the K-S metric entropy method and based on a static tensile test diagram drawn up using the software installed in the universal test machine is presented in table 5.

Table 5

Yield points obtained for the EN AW-7020 alloy using the metric entropy method and in accordance with EN ISO 6892-1

Sample designation	0C	1C	2C	3C
State of alloy EN AW – 7020	delivery state	T4	T41	T61
yield point R_{eK-S} determined by the metric entropy method K-S, MPa	289	222	246	341
yield strength $R_{0.2}$ based on the stretching plot, MPa	293	221	248	361

The yield point values obtained for the tested EN AW-7020 aluminium alloy and those designated using effective standards and the proposed K-S metric entropy method are nearly identical. This proves the correctness of the K-S method used to determine the yield point.

8. Conclusions

The changeability of the dynamic of data recorded during destructive testing and the presented method of its processing using state of the art and very precise universal testing machinery allows for expanding the traditional way of thinking about the method of determining the yield point of isotropic materials, which do not indicate any clear yield point.

The laboratory tests carried out on samples made of the EN AW-7020 aluminium alloy indicate that the determination of the yield point using the metric entropy method can be useful/more accurate, and can be therefore used to verify the arbitrary yield point results obtained based on a tensile diagram.

The mathematical method of calculating metric entropy based on data obtained from a universal testing machine can contribute to more precise definitions of the yield point of materials. In the age of fast calculation machinery, a K-S metric entropy method attached to universal testing machine software can be used to implement the yield point calculation model in a relatively inexpensive manner, while maintaining full compatibility with the existing algorithms.

9. References

1. Amigó J., Kenne M., Kocarev L.: The permutation entropy rate equals the metric entropy rate for ergodic information sources and ergodic dynamical systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 210, 2005.
2. Bugłacki H.: Wpływ obróbki cieplnej oraz składu chemicznego spoiw na własności mechaniczne i korozję naprężeniową stopu AlZn5Mg1 w spawanych konstrukcjach okrętowych. Praca doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1981.
3. Cudny K., Puchaczewski N.: Stopy metali na kadłuby okrętowe i obiekty oceanotechniczne. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 1996.
4. Dietrich L., Garbacz G.: Determination of the yield point of structural materials based on the metric entropy of measured data. I Kongres Mechaniki Polskiej, Warszawa: 28-31 sierpnia 2007.
5. Dobrzański L.A.: Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo. Wydawnictwa Naukowo- Techniczne, Gliwice 2002.
6. Garbacz G., Kyzioł L.: Application of metric entropy for results interpretation of composite materials mechanical tests. *Advances in Material Science*, 06 Marzec, 1(51), 2017.
7. Garbacz G.: Przetwarzanie danych doświadczalnych z uwzględnieniem ich chaotycznego charakteru. Rozprawa doktorska, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 2008.
8. Hajdukiewicz G.: Impact of the type of quench aging after hyperquenching on the mechanical strength properties of AW-7020 alloy. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, Vol.25, No.2, Warszawa 2018.
9. Kaufman J.G., Rooy E.L.: *Aluminium Alloy Castings: Properties, Processes and Applications*. Ch.3, page 21-37, 2004.
10. Kawan C.: Metric Entropy of Nonautonomous Dynamical System. *Nonautonomous Dynamical Systems*, 2013, <https://doi.org/10.2478/msds-2013-0003>
11. Kolmogorov A.: Entropy per unit Time as a Metric Invariant of Automorphism. *Doklady of Russian Academy of Sciences*, Issue 124, 1959.
12. Kyzioł L., Czapczyk K.: Influence of heat treatment on stress - corrosion resistance of EN AW-AlZn5Mg1,5CuZr alloy, *Solid State Phenomena. Mechatronic System and Materials*, Vol. 199, 2013.
13. Kyzioł L.: Wpływ obróbki cieplnej na odporność na korozję naprężeniową i wytrzymałość zmęczeniowo-korozyjną stopów AlMg6 i AlZn5Mg1ZrCr przeznaczonych na kadłuby okrętów. Praca doktorska, AMW, Gdynia 1990.
14. PN-EN ISO 6892-1:2010 Metale. Próba rozciągania. Część 1: Metoda badania w temperaturze pokojowej, Warszawa 2010.
15. Sinai Y.: On the Notion of Entropy of a Dynamical System. *Doklady of Russian Academy of Sciences*, Issue 124, 1959.
16. Szklarz Z.: Wpływ odkształcenia plastycznego na korozję mikrostrukturalną stopów aluminium typu AlCu4Mg1 i AlMg2. Rozprawa doktorska, AGH, Kraków 2013.

ZASTOSOWANIE METODY ENTROPII METRYCZNEJ KOŁMOGOROW-SINAI DO WYZNACZENIA GRANICY PLASTYCZNOŚCI NA PRZYKŁADZIE STOPU EN AW-7020

1. Wprowadzenie

Granica plastyczności jest jednym z podstawowych parametrów materiałów konstrukcyjnych, niezbędną w obliczeniach inżynierskich przy projektowaniu maszyn. W przypadku materiałów izotropowych metody wyznaczania granicy plastyczności bazują na graficznej interpretacji krzywej jednoosiowego rozciągania, a sposób jej wyznaczania jest zawarty w normach – dotyczy to zarówno wyraźnej jak i umownej granicy plastyczności. W przypadku materiału posiadającego idealną sprężysto – plastyczną charakterystykę rozciągania – wyznaczenie granicy plastyczności jest jednoznaczne. W rzeczywistych materiałach konstrukcyjnych po ewentualnym przystanku plastycznym następuje umocnienie materiału. Natomiast sam przystanek plastyczności wykazuje tzw. efekt przejściowy, posiadający różnorodny kształt geometryczny. Wiele materiałów konstrukcyjnych nie wykazuje przystanku plastyczności, a ponadto charakterystyka w zakresie sprężystym nie zawsze jest liniowa.

W pracy skoncentrowano się na obliczeniach entropii metrycznej Kołmogorow-Sinai (K-S) w odniesieniu do danych pomiarowych, pochodzących z badań mechanicznych przeprowadzonych na maszynie wytrzymałościowej. W oparciu o entropię metryczną zaproponowano nowe numeryczne procedury do wyznaczania granicy plastyczności materiałów konstrukcyjnych niewykazujących wyraźnej granicy plastyczności na przykładzie stopu aluminium układu Al-Zn-Mg.

Zasadniczym celem pracy było sprawdzenie możliwości zastosowania metody entropii metrycznej (K-S) do określenia granicy plastyczności na przykładzie stopu aluminium EN AW-7020 poddanego różnym obróbką cieplnym. Wartości granicy plastyczności uzyskane metodą K-S zostały porównane z wartościami umownej granicy plastyczności badanego stopu aluminium uzyskanymi z próby statycznego rozciągania na maszynie wytrzymałościowej.

2. Entropia metryczna Kolmogorow-Sinai w badaniach materiałów

Klasyczna entropia termodynamiczna łączy się z przepływem energii z dużej do małej skali [1]. Druga zasada termodynamiki wyraża się tym, że entropia izolowanego układu w nieodwracalnych procesach wzrasta z biegiem czasu, zbliżając się do wartości dodatnich. L. Boltzmann przedstawił statystyczną interpretację drugiej zasady termodynamiki. Zależność ta została wyrażona w postaci wzoru:

$$S = k \cdot \ln W \quad (1)$$

To oznacza, że dynamika układu prowadzi do powstawania stanów coraz bardziej prawdopodobnych, dążąc do maksymalnej wartości prawdopodobieństwa termodynamicznego. Entropia metryczna K-S łączy się z przepływem energii w przeciwnym kierunku, czyli z rozproszenia z małej do wielkiej skali [4]. Rozpraszanie energii nigdy nie jest procesem ciągłym. Entropia K-S jako pojęcie dynamiczne jest "entropią jednostki czasu" [7] i jest nieujemna, a jej wartość może zarówno wzrastać jak i opadać [10]. Związek pomiędzy mechaniką statystyczną a teorią chaosu odzwierciedla pojęcie entropii metrycznej K-S, które w przypadku rozciąganych próbek na maszynie wytrzymałościowej, opiera się na założeniu, że zmiany jakościowe zachodzące na granicy przejścia struktury materiału ze stanu sprężystego do plastycznego odpowiadają konkretnemu punktowi pomiarowemu. Dyssypacja energii zachodząca w układzie (układ maszyna wytrzymałościowa – próbka), a także związany z tym chaos deterministyczny danych wywołuje zmienność entropii metrycznej. Odpowiednio dobrany sposób obliczeń entropii metrycznej K-S z otrzymanych w badaniu danych pozwala określić granicę plastyczności, od której rejestrowane odkształcenie przechodzi z zakresu odkształceń sprężystych do zakresu odkształceń plastycznych.

Do obliczeń entropii metrycznej K-S wykorzystano dane uzyskane z badań wykonanych zgodnie z normą PN-EN ISO 6892-1:2010P [14]. Badanie rozciągania przeprowadzono przy stałej prędkości siły rozciągającej [8].

3. Materiał i przebieg badań

Próbki do badań mechanicznych badanego stopu aluminium EN AW-7020 wytworzono z arkusza blachy o grubości 10 mm, której skład chemiczny podano

w tabeli. 1. Próbkę do badań zostały podzielone na cztery grupy i poddane obróbką cieplnym. Parametry obróbek cieplnych przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 1

Skład chemiczny blachy stopu EN AW-7020

Material	Skład chemiczny [%]										Nr partii i atestu
7020	Zn	Mg	Cr	Zr	Ti	Fe	Si	Cu	Mn	Al	1-12-9007
	4.53	1.22	0.19	0.13	0.03	0.24	0.10	0.14	0.24	reszta	

Tabela 2

Parametry obróbki cieplnej użytych do badań próbek wykonanych z blach o grubości g = 10 mm ze stopu AW-7020

Oznaczenie próbek	Stan	Parametry obróbki cieplnej
0A, 0B, 0C	T0	Stan dostawy
1A, 1B, 1C	T4	Przesycanie w temp. 450 °C/1,5 h, oziębienie w wodzie 20 °C, naturalne starzenie 6 dób
2A, 2B, 2C	T41	Przesycanie w temp. 450 °C/1,5 h, chłodzenie w powietrzu, naturalne starzenie 3 miesiące (umocnienie wydzieleniowe)
3A, 3B, 3C	T61	Przesycanie w temp. 450 °C/1,5 h, oziębienie w wodzie 20 °C, naturalne starzenie 6 dób, sztuczne starzenie 95 °C/15 h + 150 °C/10 h (sztuczne umocnienie wydzieleniowe)

Właściwości mechaniczne badanego stopu aluminium zależą głównie od składu chemicznego i obróbki cieplnej [2, 3, 5, 6, 9, 12, 13, 16].

4. Wyniki badań statycznej próby rozciągania

Próbki po obróbce cieplnej poddano statycznej próbie rozciągania, wykorzystując w tym celu uniwersalną maszynę wytrzymałościową firmy Zwick&Roell.

Rys. 1. Przebieg wykresu rozciągania próbki 0C w stanie dostawy stopu aluminium EN AW-7020

Rys. 2. Przebieg wykresu rozciągania z wyznaczoną granicą plastyczności próbki 3C w stanie T61 stopu aluminium EN AW-7020

Na rys. 1 i 2 przedstawiono przykładowo dane wydruku z maszyny wytrzymałościowej statycznej próby rozciągania próbek 0C (stan dostawy) i 3C (stan T61) oraz sposób wyznaczania granicy plastyczności zgodnie z obowiązującą normą PN-EN ISO 6892-1.

Rys. 3. Zbiorczy wykres przebiegu rozciągania próbek ze stopu aluminium EN AW-7020 w różnych stanach

Tabela 3

Wyniki statycznej próby rozciągania próbek stopu EN AW – 7020 dla różnych stanów obróbki cieplnej

Oznaczenie próbek	E , GPa	$R_{0,2}$, MPa	R_m , MPa	F_m , kN	A_{50} , %	L_c , mm	L_o , mm	d_o , mm	S_o , mm	Z , %
0A	71	298	380	19,07	10,90	60,00	50,00	7,99	50,14	17,89
0B	70	293	379	19,11	12,13			8,01	50,39	18,75
0C	70	293	379	19,09	13,30			8,01	50,39	18,53
średnia	70	295	379	19,09	12,11					18,39
1A	74	222	354	17,63	13,51	60,00	50,00	7,96	49,76	22,44
1B	72	221	354	17,79	14,68			8,00	50,27	22,78
1C	71	221	353	17,79	13,58			8,00	50,27	22,56
średnia	72	221	354	17,74	13,92					22,59

cd. tabeli 3

2A	72	251	397	19,91	14,45	60,00	50,00	7,99	50,14	19,25
2B	71	245	390	19,79	14,55			8,04	50,77	20,25
2C	71	248	393	19,90	14,34			8,03	50,64	19,38
średnia	71	248	393	19,87	14,45					19,62
3A	71	360	414	20,86	12,43	60,00	50,00	8,01	50,39	45,93
3B	73	361	416	20,86	13,44			7,99	50,14	46,21
3C	73	361	415	20,80	13,41			7,99	50,14	47,67
średnia	72	361	415	20,84	13,09					46,60

W tabeli 3 przedstawiono wyniki badań zrywania próbek stopu aluminium EN AW-7020. Celem badań nie było określenie wpływu obróbki cieplnej (dla stałego składu chemicznego) na właściwości wytrzymałościowe badanego stopu aluminium, lecz określenie umownej granicy plastyczności. Uzyskane wartości granicy plastyczności badanego stopu na podstawie wykresów uzyskanych ze statycznej próby rozciągania stanowią podstawę do weryfikacji wyników granicy plastyczności uzyskanych metodą entropii metrycznej K-S.

5. Statyczna próba rozciągania a metoda entropii metrycznej K-S

W czasie badania wytrzymałościowego w układzie maszyna – próbka, powstają różnorodne zaburzenia pomiarowe, które zależą w znacznym stopniu od niejednorodności pola deformacji i naprężeń związanych ze strukturą materiału próbki, jej ukształtowaniem oraz warunkami jej zamocowania. Nieliniowe parametry w układzie maszyna – próbka mają charakter synergicznych zmiennych, silnie na siebie oddziałujących z uwagi na sprzężenia zwrotne występujące w systemach maszyn wytrzymałościowych. Uszkodzenie materiału próbki inicjuje proces lokalny, który ma znaczący wpływ na charakterystykę dynamiczną układu. Występowanie chaosu deterministycznego w zbiorach danych doświadczalnych, charakteryzującego zachowanie się materiałów pod zadaniem obciążeniem w warunkach laboratoryjnych na maszynach wytrzymałościowych nie jest jeszcze dostatecznie zbadane [7].

W pracy w sposób opisowy przedstawiono praktyczne wykorzystania nowej metody do określania granicy plastyczności materiałów, a także weryfikacji

otrzymanych tą metodą wyników – uzyskanych zgodnie z aktualnie obowiązującą normą EN ISO 6892-1 [14].

Na podstawie danych uzyskanych ze statycznej próby rozciągania stopu AW-7020 utworzono zbiory wartości wydłużenia bezwzględnego (wyrażone w mm) dla poszczególnych punktów pomiarowych. Zbiory te, dla każdej z próbek stanowią przebiegi odkształcenia w funkcji czasu $\varepsilon(t)$. Wszystkie próby rozciągania próbek przebiegały przy stałej prędkości siły F (badania sterowane siłą). Zbiory wartości wydłużenia bezwzględnego posłużyły jako pliki wejściowe do obliczenia entropii metrycznej (entropii danych pomiarowych). Obliczanie entropii metodą K-S polega na podzieleniu zbioru wartości wydłużenia bezwzględnego dla poszczególnych punktów pomiarowych na przedziały liczb. Następnie dokonuje się podziału przedziałów na podprzedziały i obliczenia wartości entropii każdego przedziału według zasady określonej przez Kołmogorow-Sinai [11, 15]:

$$S = -\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i \quad (2)$$

Poniżej przedstawiono praktyczny opis wykorzystania metody entropii metrycznej K–S do określenia właściwości mechanicznych materiału. W tym celu w tabeli 4 przedstawiono jeden pełny wybrany 40 liczbowy przedział, pochodzący ze zbioru wartości wydłużenia bezwzględnego uzyskany w trakcie badania próbki oznaczonej 0B. Przyjęty przedział liczb to kolejne następujące po sobie wartości przemieszczeń dokonane za pomocą ekstensometru Epsilon Model 3542. Wartości przemieszczenia uzyskane w punktach pomiarowych od nr 61 do nr 100 zostały zapisane. Najniższa zarejestrowana wartość w tym przedziale liczb to 0,005148302 mm, a najwyższa to 0,011766839 mm. Przedział ten podzielono na cztery równe, co do wartości (po 0,00165463425 mm), zamknięte jednostronnie, podprzedziały (od $i=1$ do $N=4$) oznaczone w tabeli 4 jako kolumny: I, II, III, IV. Następnie obliczono prawdopodobieństwo p_i tak, że element przyjętego 40 liczbowego przedziału należy do odpowiedniego podprzedziału (tabela 4). Obliczone dla każdego z podprzedziałów prawdopodobieństwo p_i posłużyło ostatecznie do obliczenia entropii metrycznej S dla wybranego 40 liczbowego przedziału wg zależności (2) [6]:

$$S = -\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i = -(-0,3550195 - 0,361191 - 0,33562125 - 0,321888) = 1,37371975$$

Tabela 4**Sposób obliczenia entropii metrycznej K-S na wybranym zbiorze danych**

	przyjęte 4 podprzedziały			
	I	II	III	IV
	min podprzedziału 0,0051483020	min podprzedziału 0,00680293625	min podprzedziału 0,0084575705	min podprzedziału 0,01011220475
przyjęty 40 liczbowy przedział	0,005148302	0,006914268	0,008595097	0,011112022
	0,005357514	0,007072817	0,008752155	0,011341142
	0,005546699	0,007220338	0,008914637	0,011562156
	0,005713354	0,007361363	0,009072232	0,011766839
	0,005861710	0,007493149	0,009222615	0,011112022
	0,006002436	0,007619510	0,009370374	0,011341142
	0,006139706	0,007743965	0,009538340	0,011562156
	0,006282101	0,007875155	0,009723830	0,011766839
	0,006434212	0,008010696	0,009936857	
	0,006591628	0,008152234		
	0,006750832	0,008293080		
		0,008442807		
	max podprzedziału <0,00680293625	max podprzedziału <0,0084575705	max podprzedziału <0,01011220475	max podprzedziału <0,011766839
p_i	0,275	0,300	0,225	0,200
$\ln p_i$	-1,29098	-1,20397	-1,49165	-1,60944
$p_i \ln p_i$	-0,3550195	-0,361191	-0,33562125	-0,321888
S	1,37371975			

Wartość obliczonej entropii S zostały przypisane do środkowego punktu przyjętego przedziału, tj.: dla punktu pomiarowego nr 80.

W celu obliczenia entropii metrycznej S dla całego zbioru zarejestrowanych wartości wydłużenia próbki nr 0B należy przeprowadzić obliczenia ww. metodą dla wszystkich 40 liczbowych przedziałów tego zbioru. Ilość zarejestrowanych punktów pomiarowych dla próbki 0B wynosi 2381. Należy zatem obliczyć entropię metryczną dla: $2381 - 40 = 2341$ przedziałów.

Odpowiednie przygotowanie danych wejściowych jest jedną z kluczowych kwestii pozwalających na obliczanie entropii metrycznej. Podczas statycznej próby rozciągania rejestrowane są z określoną przez operatora częstotliwością próbki: siła (przy stałym przekroju próbki) naprężenie i wydłużenie.

Minimalna wartość entropii metrycznej w obszarze przejścia od stanu sprężystego do plastycznego wyznacza punkt rozgraniczający te stany [7]. Wartość odkształcenia odpowiadająca punktowi pomiarowemu, w którym występuje minimum entropii metrycznej (rys. 4 i rys. 6) odpowiada granicy plastyczności materiału. Wartość tę określa się na podstawie wykresu $\sigma = f(n)$ (n – punkt pomiarowy,) na którym punkt odpowiadający minimum entropii, wyznacza (rys. 5 i rys. 7) granicę plastyczności. Zarejestrowane jej odkształcenie przechodzi z zakresu odkształceń sprężystych do zakresu odkształceń plastycznych.

6. Wyznaczenie granicy plastyczności metodą entropii metrycznej K-S

Do wyznaczenia granicy plastyczności metodą entropii metrycznej K-S wybrano po jednej próbce dla każdego stanu obróbki cieplnej: 0C, 1C, 2C, 3C. Poniżej przedstawiono przykładowo sposób obliczenia entropii dla próbki 0C i 3C. W obliczeniach metodą K-S wykorzystano dane pomiarowe wydłużenia, zarejestrowane za pomocą ekstensometru Epsilon Model 3542 o bazie pomiarowej 50 mm. Ograniczono się do pomiaru i zapisu wydłużenia do 4,9 mm.

a) Obliczenia entropii K-S dla próbki nr 0C

Entropię metryczną obliczono na podstawie zbioru danych z 2381 punktami pomiarowymi, odpowiadającymi właściwymi wartościami przemieszczenia pomierzonego za pomocą ekstensometru w przedziale pomiarowym do 4,9 mm. Wykorzystując przygotowany program komputerowy, przeprowadzono obliczenia entropii metrycznej całego zbioru zgodnie z rozdziałem 4. Do obliczeń przyjęto długość przedziału równą 120 i dokonano jego podziału na 4 równe, zamknięte jednostronnie przedziały.

Rys. 4. Wykres entropii metrycznej obliczonej metodą K-S naniesiony na wykres przemieszczenia w funkcji punktów pomiarowych dla próbki 0C ze stopu aluminium EN AW-7020

Wynik obliczeń przedstawiono w formie wykresu na rys. 4. Minimum obliczonej entropii dla całego zbioru wartości wydłużenia bezwzględnego zarejestrowanego za pomocą ekstensometru wynosiło 1,19435818 mm i odpowiadało 1502 punktowi pomiarowemu.

Rys. 5. Wykres rozkładu naprężenia odpowiadającego poszczególnym punktom pomiarowym w próbce 0C ze stopu aluminium EN AW-7020

Na rys. 5 przedstawiono wykres rozkładu naprężenia odpowiadającego poszczególnym punktom pomiarowym w próbce 0C ze stopu EN AW-7020 poddanej statycznej próbie rozciągania. Na wykresie tym zaznaczono punkt odpowiadający 1502 punktowi pomiarowemu, dla którego wartość naprężenia $\sigma = 289$ MPa. Taką wartość należy uznać za granicę plastyczności $R_e = 289$ MPa obliczoną za pomocą entropii metrycznej metodą K-S dla badanej próbki 0C.

b) Obliczenia entropii K-S dla próbki nr 3C

Entropię metryczną obliczono na podstawie zbioru danych z 2487 punktami pomiarowymi, odpowiadającymi właściwym wartościom przemieszczenia pomierzonego za pomocą ekstensometru w przedziale pomiarowym do 4,9 mm. Wykorzystując przygotowany program komputerowy, obliczono entropię metryczną całego zbioru zgodnie z rozdziałem 4. Do obliczeń przyjęto długość przedziału równą 120 i przeprowadzono jego podział na 4 równe, zamknięte jednostronnie podprzedziały.

Rys. 6. Wykres entropii metrycznej obliczonej metodą K-S naniesiony na wykres przemieszczenia w funkcji punktów pomiarowych dla próbki 3C ze stopu aluminium EN AW-7020

Wynik obliczeń przedstawiono w formie wykresu na rys. 6. Minimum obliczonej entropii dla całego zbioru wartości wydłużenia bezwzględnego zarejestrowanego za pomocą ekstensometru wynosiło 1,156712921 mm i odpowiadało ono 1614 punktowi pomiarowemu.

Rys. 7. Wykres rozkładu naprężenia odpowiadającego poszczególnym punktom pomiarowym w próbce 3C ze stopu aluminium EN AW-7020

Na rys. 7 przedstawiono wykres rozkładu naprężenia odpowiadającego poszczególnym punktom pomiarowym w próbce 3C ze stopu EN AW-7020, poddanej statycznej próbie rozciągania. Na wykresie tym zaznaczono punkt odpowiadający 1614 punktowi pomiarowemu, dla którego wartość naprężenia wynosiła $\sigma = 341$ MPa. I taką wartość uznać należy za granicę plastyczności $R_e = 341$ MPa obliczoną za pomocą entropii metrycznej metodą K-S dla badanej próbki 3C.

7. Analiza wyników badań

Przeprowadzone badania granicy plastyczności stopu aluminium EN AW-7020 w różnych stanach obróbki cieplnej określone metodą entropii metrycznej K-S i na

podstawie wykresu statycznej próby rozciągania sporządzonego w oparciu o oprogramowanie maszyny wytrzymałościowej przedstawiono w tabeli 5.

Tabela 5

Granice plastyczności stopu EN AW-7020 określone metoda entropii metrycznej i zgodnie z normą PN-EN ISO 6892-1

Oznaczenie próbki	0C	1C	2C	3C
Stan stopu EN AW-7020	stan dostawy	T4	T41	T61
granica plastyczności R_{eK-S} wyznaczona metodą entropii metrycznej K-S, MPa	289	222	246	341
umowna granica plastyczności $R_{0,2}$ na podstawie wykresu rozciągania, MPa	293	221	248	361

Wartości granic plastyczności badanego stopu aluminium EN AW-7020 wyznaczonych w oparciu o obowiązujące normy oraz za pomocą zaproponowanej metody entropii metrycznej K-S są niemalże identyczne. Świadczy to o poprawności zastosowanej metody K-S do wyznaczania grani plastyczności.

8. Wnioski

Zmienność dynamiki danych rejestrowanych w czasie wykonywania badań niszczących oraz zaprezentowany sposób ich obrabiania przy pomocy nowoczesnych i bardzo precyzyjnych maszyn wytrzymałościowych pozwala na rozszerzenie wypracowanego tradycyjnego sposobu określania granicy plastyczności materiałów izotropowych, które nie wykazują wyraźnej granicy plastyczności.

Przeprowadzone badania laboratoryjne na próbkach ze stopu aluminium EN AW-7020 wykazały, że określenie granicy plastyczności metodą entropii metrycznej może być przydatne/dokładniejsze do weryfikowania uzyskiwanych wyników umownej granicy plastyczności materiałów w oparciu o sporządzony wykres rozciągania.

Matematyczny sposób obliczania entropii metrycznej z danych uzyskiwanych z maszyny wytrzymałościowej w prosty i szybki sposób może przyczynić się do bardziej precyzyjnego określania granicy plastyczności materiałów. W dobie

szybkich maszyn liczących dołączona wraz z oprogramowaniem do maszyn wytrzymałościowych metoda entropii metrycznej K-S pozwala na zaimplementowanie modelu obliczeniowego granicy plastyczności w stosunkowo niedrogi i bezkolizyjny do istniejących algorytmów sposób.

9. Literatura

1. Amigó J., Kenne M., Kocarev L.: The permutation entropy rate equals the metric entropy rate for ergodic information sources and ergodic dynamical systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 210, 2005.
2. Bugłacki H.: Wpływ obróbki cieplnej oraz składu chemicznego spoiw na własności mechaniczne i korozję naprężeniową stopu AlZn5Mg1 w spawanych konstrukcjach okrętowych. Praca doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1981.
3. Cudny K., Puchaczewski N.: Stopy metali na kadłuby okrętowe i obiekty oceanotechniczne. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 1996.
4. Dietrich L., Garbacz G.: Determination of the yield point of structural materials based on the metric entropy of measured data. I Kongres Mechaniki Polskiej, Warszawa 28-31 sierpnia 2007.
5. Dobrzański L.A.: Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo. Wydawnictwa Naukowo- Techniczne, Gliwice 2002.
6. Garbacz G., Kyzioł L.: Application of metric entropy for results interpretation of composite materials mechanical tests. *Advances in Material Science*, 06 Marzec, 1(51), 2017.
7. Garbacz G.: Przetwarzanie danych doświadczalnych z uwzględnieniem ich chaotycznego charakteru. Rozprawa doktorska, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 2008.
8. Hajdukiewicz G.: Impact of the type of quench aging after hyperquenching on the mechanical strength properties of AW-7020 alloy. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, Vol.25, No.2, Warszawa 2018.
9. Kaufman J.G., Rooy E.L.: Aluminium Alloy Castings: Properties, Processes and Applications. Ch.3, page 21-37, 2004.
10. Kawan C.: Metric Entropy of Nonautonomous Dynamical System. *Nonautonomous Dynamical Systems*, 2013, <https://doi.org/10.2478/msds-2013-0003>
11. Kolmogorov A.: Entropy per unit Time as a Metric Invariant of Automorphism. *Doklady of Russian Academy of Sciences*, Issue 124, 1959.
12. Kyzioł L., Czapczyk K.: Influence of heat treatment on stress - corrosion resistance of EN AW-AlZn5Mg1,5CuZr alloy, *Solid State Phenomena. Mechatronic System and Materials*, Vol. 199, 2013.

13. Kyzioł L.: Wpływ obróbki cieplnej na odporność na korozję naprężeniową i wytrzymałość zmęczeniowo-korozyjną stopów AlMg6 i AlZn5Mg1ZrCr przeznaczonych na kadłuby okrętów. Praca doktorska, AMW, Gdynia 1990.
14. PN-EN ISO 6892-1:2010 Metale. Próba rozciągania. Część 1: Metoda badania w temperaturze pokojowej, Warszawa 2010.
15. Sinai Y.: On the Notion of Entropy of a Dynamical System. Doklady of Russian Academy of Sciences, Issue 124, 1959.
16. Szklarz Z.: Wpływ odkształcenia plastycznego na korozję mikrostrukturalną stopów aluminium typu AlCu4Mg1 i AlMg2. Rozprawa doktorska, AGH, Kraków 2013.