Barbara TCHÓRZEWSKA-CIEŚLAK, Janusz R. RAK, Dawid SZPAK
Rzeszów University of Technology (Politechnika Rzeszowska)

BAYESIAN INFERENCE IN THE ANALYSIS OF THE FAILURE RISK OF THE WATER SUPPLY NETWORK

Wnioskowanie bayesowskie w analizach awaryjności sieci wodociągowej

Abstract: *One of the basic subsystems of the collective water supply system is the water distribution subsystem which has a direct impact on the reliability and safety of water supply to consumers. Failures of water pipes may cause water losses (leaks), interruptions in the water supply to consumers and can be the cause of secondary water pollution in the water supply network. It was proposed to use Bayesian inference to locate failures on the water supply network and to determine a posteriori probability of water network failure. It was found that the conditional probability of distribution water supply network failure is definitely higher than the conditional probability of home connections failure. The research results should be used by the water supply company during the development of an operational strategy for the renovation and modernization of the water supply network.*

Keywords: water supply network, failure, Bayes theorem

Streszczenie: *Jednym z podstawowych podsystemów systemu zbiorowego zaopatrzenia w wodę jest podsystem dystrybucji wody, który ma bezpośredni wpływ na niezawodność i bezpieczeństwo dostawy wody do odbiorców. Awarie przewodów wodociągowych mogą powodować zarówno straty wody (wycieki), przerwy w jej dostawie do konsumentów oraz mogą być przyczyną wtórnego zanieczyszczenia wody w sieci wodociągowej. W pracy zaproponowano wykorzystanie wnioskowania bayesowskiego do lokalizacji awarii na sieci wodociągowej oraz do wyznaczenia prawdopodobieństwa „a posteriori” uszkodzenia danego rodzaju sieci. Stwierdzono, że prawdopodobieństwo warunkowe uszkodzenia przewodów rozdzielczych jest zdecydowanie wyższe niż prawdopodobieństwo warunkowe uszkodzenia połączeń domowych. Wyniki badań powinny zostać wykorzystane przez przedsiębiorstwo wodociągowe podczas opracowywania strategii eksploatacyjnej dotyczącej renowacji oraz modernizacji sieci wodociągowej.*

Słowa kluczowe: sieć wodociągowa, awaryjność, twierdzenie Bayesa

1. Introduction

The collective water supply system (CWSS) consists of an integrated operating system, which is an integral whole, and its purpose is to provide water for consumption in a reliable and safe manner, in accordance with the principle of sustainable development. One of the subsystems of CWSS is a water distribution subsystem (WDS) that affects the reliability and security of water supply. It is obvious that in the functioning of WDS there is a possibility of various types of failures that can cause both water losses and interruptions in its delivery and may be the cause of the so-called. secondary water pollution in the WDS [13, 18]. Emergency type events in WDS are mainly divided into:

- failures of water supply networks and fittings,
- secondary water pollution in the water supply network,
- incidental events that cause lack of water supply, eg pollution of water sources, failures of the water treatment plant, water pollution in network water tanks,
- water pumping station failures.

Failure analysis of the water supply network is carried out in the following stages [5, 6, 13]:

- analysis of material, age and assortment structure and water supply facilities,
- developing a system for collecting and storing data on damage, in accordance with the previously defined definition of failure,
- cause-and-effect analysis of the failure,
- selection and defining the values of failure rates.

Due to the specifics of the operation of the water supply network, the failure recovery system is inherently connected with maintaining the reliability of the network operation, and the priority is to provide consumers with water of appropriate quality, under appropriate pressure, at any time. The analysis and assessment of the failure of the water supply network requires a wide operational database, both historical and current, as well as expert knowledge in the field of water supply, safety and reliability engineering and information systems. Together, such information is the so-called „knowledge base" about risk [2, 13]. Often the decisive factor in the final result of the assessment is its credibility and completeness. In this aspect, the concept of risk analysis in conditions of uncertain information was introduced [9, 10, 13].

Factors such as limited observation time, natural variability of processes, obtaining incomplete data (the so-called "data trapping"), lack of information about the causes of events or subjective decision making, contribute to introducing

uncertainty to the collected data and the entire risk analysis and assessment process [7-10, 13-15].

The most frequent case occurring in the risk analysis in WDS is the epistemic uncertainty, whose source is [8, 13]:

- failure to save information about an event requiring archiving,
- loss of information in the process of sending or processing,
- delay in recording,
- obtaining survey data, aggregated data subject to subjectivity,
- data grouped in ranges of variation or given with large rounding,
- inaccurate, unspecified, ambiguous data,
- simplified data,
- cut data (left-sided, right-side, interval), random data,
- error, mistake in the information record,
- cause and effect assessment of failure,
- expert assessments and expertises.

There is a situation where the risk analysis is conducted under conditions of uncertainty when one or more analytical results may occur as a result of the action, which results in problems in making optimal operational decisions, for example regarding planning of renovations or modernization. Analysis under uncertainty can be done using the Bayes theory for this purpose. The paper proposes the use of Bayesian inference in the process of failure analysis of the water supply network.

2. Bayesian inference

The most basic and effective form of knowledge about the so-called uncertain environment is the conditional independence described in the Bayesian formula. Models derived from the Bayesian theorem belong to the methods of statistical inference. Bayesian estimation allows to identify the probability of occurrence of a given event, therefore it can be used to determine the probability associated with the reliability and safety of the functioning of the CWSS. Bayesian methods allow to combine information from past events with information obtained from current research. Thomas Bayes (1702-1761) in his work "An essay towards solving a problem in the doctrine of chances", which was published two years after the author's death in 1763, presented a mental experiment leading to the Bayesian formula [1, 3].

The Bayesian theory introduces the so-called Bayesian probability, which means that the probability of an event changes with the appearance of a new condition. It can be useful in estimating the probabilities of a given adverse event

based on the probability of this event. The primary event is determined by X , the secondary event Y . Using the known formula from the probability theory on the logical product of dependent events, we get [4, 13, 16, 17]:

$$P(X \wedge Y) = P(X) \cdot P(Y|X) = P(Y) \cdot P(X|Y) \quad (1)$$

Assuming that the sum of primary events X_i is a full event, i.e.:

$$\bigcup_{i=1}^n X_i = 1 \quad (2)$$

and

$$P(Y) > 0 \quad (3)$$

is obtained:

$$P(Y) = \sum_{i=1}^n P(X_i) \cdot P(Y / X_i) \quad (4)$$

Equation (4) allows determining the probability of any event Y for using the probability of the occurrence of events with respect to each X_i independent and complete the set of elementary events [4, 10, 13, 16].

If $X_1, X_2, \dots, X_n$ are events such that:

$$X_i \cap X_j = \emptyset \text{ dla } i \neq j, i, j = 1, \dots, n, \bigcup_{i=1}^n X_i = \Omega, \quad (5)$$

and $P(Y) > 0$, that:

$$P(X_i|Y) = \frac{P(Y|X_i) \cdot P(X_i)}{\sum P(Y|X_i) \cdot P(X_i)} \quad (6)$$

The binding of new and old information occurs in the probability product of a probability $P(X_i)$ and the reliability of the sample $P(Y|X_i)$. If the credibility of the sample is higher than for other states, then the a posteriori probability of this state will increase in relation to the a priori probability [4].

If X_i is unlikely, then a posteriori probability reflects this fact, being smaller than $P(X_i)$. It is possible to modify the original judgments about the situation using the a priori probability categories, so that a new situation described by a posteriori

probability arises. In this sense, by Bayes' theorem, data can be processed sequentially, including new information for consideration, and thus create a more reliable base for decision making. In this way, however, you can not describe all forms of learning about events [16, 17].

3. Examples of the use of Bayesian inference in water supply systems

3.1. Location of failures on the water supply network

Failure on the water supply network can be located, for example, by means of a digital correlator. It was assumed that the event in which the test result is positive (the instrument indicates a water leak) and if there is in fact a leak, there is a probability of 0.95 and an event in which the test result is negative (the instrument did not indicate a water leak) and a supposed leak in fact it does not exist, it occurs with a probability of 0.97. In addition, it was found that failures occur during the year on 10% of the kilometer sections of the water supply network [10, 16].

The following designations were adopted [10, 16]:

- $P(+)$ – probability that the instrument will indicate a leak (positive test result),
- $P(-)$ – probability that the instrument will not indicate a leak (negative test result),
- $P(+ \text{ failure})$ – the probability of a failure on the water supply network,
- $P(- \text{ failure})$ – the probability that there is no failure on the water supply network,
- $P(+ | + \text{ failure})$ – conditional probability of the event; the test result is positive and a failure occurred in the water supply system,
- $P(+ | - \text{ failure})$ – conditional probability of the event; the test result is positive, but in fact there was no failure on the water supply network,
- $P(- | + \text{ failure})$ – conditional probability of the event; the test result is negative, but in fact there was a failure on the water supply network,
- $P(- | - \text{ failure})$ – conditional probability of the event; the test result is negative and in fact there is no failure occurred on the water supply network.

The probability values are:

$$P(+ \text{ failure}) = 0.1 \quad P(- \text{ failure}) = 0.9$$

$$P(+ | + \text{ failure}) = 0.95 \quad P(- | + \text{ failure}) = 0.05$$

$$P(+ | - \text{ failure}) = 0.03 \quad P(- | - \text{ failure}) = 0.97$$

Partial probabilities are:

$$P(+|+ \text{ failure}) \cdot P(+ \text{ failure}) = 0.95 \cdot 0.1 = 0.095$$

$$P(+|\neg \text{ failure}) \cdot P(\neg \text{ failure}) = 0.03 \cdot 0.9 = 0.027$$

The probability that the instrument will indicate a water leak is:
 $P = 0.095 + 0.027 = 0.122$

The conditional probabilities calculated in accordance with (5) - (6) are:

$P(+|+ \text{ failure})$ – conditional probability that there is no failure in the water supply system and the test result is positive 0.779,

$P(\neg \text{ failure}|+)$ – conditional probability that there is no failure in the water supply network, although the result of the indication is positive is 0.221.

3.2. Analysis of the indicator of the failure intensity of the water supply network

Failure analysis of the water supply network is carried out based on the data on the number of failures and the length of the water-pipe network, thus determining the rate of failure intensity. The failure rate analysis of the water supply network was performed based on the value of the failure rate index, using the formula [6, 12]:

$$\lambda = \frac{n(\Delta t)}{L \cdot \Delta t} \quad (7)$$

where:

$n(\Delta t)$ – the number of failures in the time interval Δt ,

L – the length of examined pipes in the time interval Δt [km],

Δt – considered period of time [years].

Due to the lack of legal conditions, the obtained results were referred to limit values of the failure rate indices for particular types of pipes, given, among others, in the works [6, 12]:

- the distribution pipes: $\lambda_R = 0,50$ failure/(km·year),
- the household connections: $\lambda_{PD} = 1,00$ failure/(km· year).

Figure 1 presents the results of the failure analysis of the water supply network for the sample poviats of south-eastern Poland. Data was obtained from failure logs from six years of operation. The analysis carried out showed that the failure of the water pipes of the analyzed city meets the requirements.

Fig. 1. Failure rate index for distribution pipes and house connections

Using the Bayes method makes it possible to determine the probability of failure to a given type of network. Based on information from the water supply company, the length of the distribution network was estimated: 152.1 km and the length of household connections: 76.97 km. The probability of qualifying the i -th type of the water-pipe to a given type of network is [9, 11, 12]:

- the distribution pipes: $P(X_1) = \frac{152,1}{229,07} = 0,664$,
- the household connections: $P(X_2) = \frac{76,97}{229,07} = 0,336$.

On the basis of the failure book, the number of water network failures in 2015 was determined. There were 61 failures in the distribution network and 16 failures of household connections. The probability of damage on the i -th network type:

- the distribution pipes: $P(Y|X_1) = \frac{61}{77} = 0,792$,
- the household connections: $P(Y|X_2) = \frac{16}{77} = 0,208$.

Total probability that failure will occur:

$$P(Y) = P(X_1) \cdot P(Y|X_1) + P(X_2) \cdot P(Y|X_2) = 0,664 \cdot 0,792 + 0,336 \cdot 0,208 = 0,596.$$

Conditional probability that the distribution pipes will be damaged:

$$P(X_1|Y) = \frac{0,664 \cdot 0,792}{0,664 \cdot 0,792 + 0,336 \cdot 0,208} = 0,883$$

Conditional probability that the household connections will be damaged:

$$P(X_2|Y) = \frac{0,336 \cdot 0,208}{0,664 \cdot 0,792 + 0,336 \cdot 0,208} = 0,117.$$

4. Summary

Proper reliability and safety assessment of the WDS should be a guarantee of making the right operational decisions regarding the selection of the best solutions in terms of technical, economic and operational.

The applied risk analysis and assessment methods are mostly based on operational data. The problem occurs when the data is missing, incomplete or uncertain.

If it is not possible to obtain accurate and complete statistical data, the necessary information can be obtained from experts who, on the basis of their knowledge, experience and literature data, assess individual risk parameters.

The data obtained in this way is the basis for subjective judgments. The proposed method of inference using the Bayes theorem is applicable primarily in decision-making processes and can be applied by water network operators. The presented examples show the wide application of Bayes theorem in reliability analysis and assessments as well as risks that are conducted under uncertainty.

5. References

1. Bhattacharya S. K., Singh N. K.: Bayesian Reliability Analysis for the MED. Microelectronics and Reliability, vol. 34, iss. 10, 1994.
2. Brandowski A.: Bezpieczeństwo obiektu technicznego – pojęcia. Mat. XXXIV Zimowej Szkoły Niezawodności PAN „Niekonwencjonalne metody oceny trwałości i niezawodności”, Wydawnictwo Wydziału Transportu Politechniki Warszawskiej, Szczyrk 2006.
3. Cole P. V. Z.: A Bayesian Reliability Assessment of Complex Systems for Binomial Sampling. IEEE Transactions on Reliability, vol. 24, 1975.
4. Grabski F., Jaźwiński J.: Identyfikacja stanu obiektu technicznego w oparciu o klasyfikację bayesowską. Mat. VII Konferencji Naukowej „Bezpieczeństwo systemów”,

- Kościelisko'98. Wydawnictwo Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, Warszawa 1998.
5. Kwietniewski M.: Reliability modeling of Water Distribution System (WDS) for Operation and Maintenance Needs. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Monografie Instytutu Budownictwa Wodnego PAN, 51(1), 2004.
 6. Kwietniewski M., Rak J.: Niezawodność infrastruktury wodociągowej i kanalizacyjnej w Polsce. Stan badań i możliwości jej poprawy. PAN, Warszawa 2010.
 7. Młynczak M.: Risk assessment of the road transportation concerning dangerous goods. Safety, Reliability and Risk Analysis: Beyond the Horizon: Proceedings of the European Safety and Reliability Conference, ESREL 2013, Amsterdam 2014.
 8. Pochwat K., Słyś D., Kordana S.: The temporal variability of a rainfall synthetic hyetograph for the dimensioning of stormwater retention tanks in small urban catchments. Journal of Hydrology, vol. 549, 2017.
 9. Rak J.: Podstawy bezpieczeństwa systemów zaopatrzenia w wodę. Wydawnictwo PAN - Komitet Inżynierii Środowiska, t. 28, Lublin 2005.
 10. Rak J., Tchórzewska-Cieślak B.: Metody analizy i oceny ryzyka w systemie zaopatrzenia w wodę. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2005.
 11. Szpak D.: Metoda analizy przyczynowo-skutkowej i oceny zdarzeń niepożądanych w systemie zbiorowego zaopatrzenia w wodę. Rozprawa doktorska. Promotor B. Tchórzewska-Cieślak, Rzeszów 2018.
 12. Szpak D., Tchórzewska-Cieślak B.: Modelling of failure rate of water supply network using the Bayes theorem. E3S Web of Conferences 44, 00175 (2018), 2018.
 13. Tchórzewska-Cieślak B.: Metody analizy i oceny ryzyka awarii podsystemu dystrybucji wody. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2011.
 14. Tchórzewska-Cieślak B., Boryczko K.: Analysis of undesirable events scenarios in water supply system by means of fault tree method. Journal of KONBiN, 2-3 (14, 15), 2010.
 15. Tchórzewska-Cieślak B., Piegoń I.: Metoda identyfikacji ryzyka awarii sieci wodociągowych. Journal of KONBiN, z.1 (37), 2016, DOI 10.1515/jok-2016-0004.
 16. Tchórzewska-Cieślak B., Rak J.: Możliwość wykorzystania sieci Bayesa w analizie ryzyka podsystemu dystrybucji wody. Sigma-NOT, GWiTS, z. 1, 2007.
 17. Tchórzewska-Cieślak B., Włoch A.: Method for risk assessment in water supply systems. Międzynarodowe sympozjum probabilistyczne, Berlin 2006.
 18. Zamorska J.: Biological Stability of Water after the Biofiltration Process. Journal Of Ecological Engineering, 19(5), 2018.

WNIOSKOWANIE BAYESOWSKIE W ANALIZACH AWARYJNOŚCI SIECI WODOCIĄGOWEJ

1. Wstęp

System zbiorowego zaopatrzenia w wodę (SZZW) składa się z powiązanych ze sobą funkcjonalnie podsystemów stanowiących integralną całość, a jego celem jest dostarczenie konsumentom wody zdatnej do spożycia w sposób niezawodny oraz bezpieczny, zgodnie z zasadą zrównoważonego rozwoju. Jednym z podstawowych podsystemów SZZW jest podsystem dystrybucji wody (PsDyW), który ma bezpośredni wpływ na niezawodność i bezpieczeństwo dostawy wody do konsumentów wody. Oczywiście jest, że w funkcjonowaniu PsDyW istnieje możliwość pojawienia się różnego rodzaju awarii, które mogą powodować zarówno straty wody, jak i przerwy w jej dostawie. Mogą również być przyczyną tzw. wtórnego zanieczyszczenia wody w sieci wodociągowej [13, 18]. Zdarzenia typu awaryjnego w PsDyW dzieli się przede wszystkim na:

- awarie sieci wodociągowych oraz armatury,
- wtórne zanieczyszczenie wody w sieci wodociągowej,
- zdarzenia incydentalne powodujące brak dostawy wody do PsDyW, np. zanieczyszczenia źródeł wody, awarie zakładu uzdatniania wody, zanieczyszczenie wody w sieciowych zbiornikach wodociągowych,
- awarie pompowni wodociągowych.

Analizę awaryjności sieci wodociągowej przeprowadza się w następujących etapach [5, 6, 13]:

- analiza struktury materiałowej, wiekowej, asortymentowej przewodów i obiektów sieci wodociągowej,
- opracowanie systemu zbierania i archiwizowania danych o uszkodzeniach, zgodnie z przyjętą wcześniej definicją awarii,
- analiza przyczynowo-skutkowa awarii,
- wybór i określenie wartości wskaźników awaryjności.

Ze względu na specyfikę pracy sieci wodociągowej system usuwania awarii jest nieodłącznie związany z utrzymaniem niezawodności funkcjonowania sieci, a priorytetem jest dostarczenie konsumentom wody o odpowiedniej jakości, pod

odpowiednim ciśnieniem, w dowolnym czasie. Analiza i ocena awaryjności sieci wodociągowej wymaga szerokiej bazy danych eksploatacyjnych, zarówno historycznych jak i bieżących oraz wiedzy ekspertów z zakresu funkcjonowania wodociągów, inżynierii bezpieczeństwa i niezawodności, a także systemów informatycznych. Wspólnie informacje takie stanowią tzw. „bazę wiedzy” o ryzyku [2, 13].

Niejednokrotnie czynnikiem decydującym o końcowym wyniku oceny jest jej wiarygodność oraz kompletność. W tym aspekcie wprowadzono pojęcie analizy ryzyka w warunkach niepewnej informacji [9, 10, 13].

Czynniki, takie jak: ograniczony czas obserwacji, naturalna zmienność procesów, pozyskanie danych niepełnych (tzw. „ucięcie danych”), brak informacji o przyczynach zdarzeń lub subiektywne podejmowanie decyzji, przyczyniają się do wprowadzania niepewności do gromadzonych danych i całego procesu analizy i oceny ryzyka [7-10, 13-15].

Najczęstszym przypadkiem występującym w analizie ryzyka w PsDyW jest niepewność epistemiczna, której źródłem są [8, 13]:

- niezapisanie informacji o zdarzeniu wymagającym archiwizacji,
- utrata informacji w procesie przesyłania lub przetwarzania,
- opóźnienie w zapisie,
- pozyskanie danych ankietowych, zagregowanych obarczonych subiektywnością,
- dane grupowane w przedziałach zmienności lub podawane z dużym zaokrągleniem,
- dane niedokładne, niesprecyzowane, dwuznaczne,
- dane uproszczone,
- dane ucięte (lewostronnie, prawostronnie, przedziałowo), dane wyrywkowe,
- błąd, pomyłka w zapisie informacji,
- oceny przyczynowo-skutkowe awarii,
- oceny i ekspertyzy ekspertów.

Z sytuacją, w której analiza ryzyka prowadzona jest w warunkach niepewności mamy do czynienia, gdy w rezultacie działania może wystąpić jeden lub więcej wyników analizy, co skutkuje problemami w podejmowaniu optymalnych decyzji eksploatacyjnych, np. dotyczących planowania remontów czy modernizacji. Wnioskowanie w warunkach niepewności można wykonać wykorzystując do tego celu klasyczny wzór Bayesa. W pracy zaproponowano wykorzystanie wnioskowania bayesowskiego w procesie analizy awaryjności sieci wodociągowej.

2. Wnioskowanie bayesowskie

Najbardziej podstawową i efektywną formą wiedzy o tzw. niepewnym środowisku jest niezależność warunkowa, którą opisuje wzór Bayesa. Modele wywodzące się z twierdzenia Bayesa należą do metod wnioskowania statystycznego. Estymacja bayesowska pozwala na identyfikację prawdopodobieństwa zajścia danego zdarzenia, dlatego może być też wykorzystywana do wyznaczania prawdopodobieństwa związanego z niezawodnością i bezpieczeństwem funkcjonowania SZZW. Metody bayesowskie pozwalają łączyć posiadaną informację z minionych zdarzeń z informacją uzyskaną z aktualnych badań. Thomas Bayes (1702-1761) w swojej pracy „An essay towards solving a problem in the doctrine of chances”, która została wydana dwa lata po śmierci autora, w 1763 r. przedstawił myślowy eksperyment prowadzący do znanego współcześnie wzoru Bayesa [1, 3].

Teoria Bayesa wprowadza tzw. prawdopodobieństwo bayesowskie, które oznacza, że prawdopodobieństwo zdarzenia zmienia się wraz z pojawieniem nowej przesłanki. Może ono być użyteczne przy szacowaniu prawdopodobieństw zajścia danego zdarzenia niepożądanego na podstawie prawdopodobieństwa przyczynowego tego zdarzenia. Przez X oznacza się zdarzenie pierwotne, przez Y zdarzenie wtórne. Korzystając ze znanego wzoru z teorii prawdopodobieństwa na iloczyn logiczny zdarzeń zależnych, otrzymuje się [4, 13, 16, 17]:

$$P(X \wedge Y) = P(X) \cdot P(Y|X) = P(Y) \cdot P(X|Y) \quad (1)$$

Zakładając, że suma zdarzeń pierwotnych X_i jest zdarzeniem pełnym, tzn.:

$$\bigcup_{i=1}^n X_i = 1 \quad (2)$$

oraz

$$P(Y) > 0 \quad (3)$$

otrzymuje się:

$$P(Y) = \sum_{i=1}^n P(X_i) \cdot P(Y / X_i) \quad (4)$$

Wzór (4) pozwala na wyznaczenie prawdopodobieństwa dowolnego zdarzenia Y za pomocą prawdopodobieństwa jego zajścia względem zdarzeń X_i wzajemnie niezależnych i wyczerpujących cały zbiór zdarzeń elementarnych [4, 10, 13, 16]. Jeżeli $X_1, X_2, \dots, X_n$ są zdarzeniami takimi, że:

$$X_i \cap X_j = \emptyset \text{ dla } i \neq j, i, j = 1, \dots, n, \bigcup_{i=1}^n X_i = \Omega, \quad (5)$$

oraz $P(Y) > 0$, to:

$$P(X_i|Y) = \frac{P(Y|X_i) \cdot P(X_i)}{\sum P(Y|X_i) \cdot P(X_i)} \quad (6)$$

Powiązanie nowej i starej informacji występuje w iloczynie prawdopodobieństwa a priori $P(X_i)$ i wiarygodności próby $P(Y|X_i)$. Jeżeli wiarygodność próby jest wyższa niż dla innych stanów, to prawdopodobieństwo a posteriori tego stanu wzrośnie w stosunku do prawdopodobieństwa a priori [4].

Jeżeli stan X_i jest mało prawdopodobny, to prawdopodobieństwo a posteriori odzwierciedli ten fakt, będąc mniejsze od $P(X_i)$. Możliwe jest zmodyfikowanie pierwotnych sądów o sytuacji z wykorzystaniem kategorii prawdopodobieństwa a priori, tak by powstała nowa sytuacja opisana za pomocą prawdopodobieństwa a posteriori. W tym sensie na mocy twierdzenia Bayesa można sekwencyjnie przetwarzać dane, włączając do rozważań coraz to nowe informacje i w ten sposób tworzyć bardziej wiarygodną bazę do podejmowania decyzji. W taki sposób nie można jednak opisać wszystkich form nabywania wiedzy o zdarzeniach [16, 17].

3. Przykłady zastosowania wnioskowania bayesowskiego w systemach wodociągowych

3.1. Lokalizacja awarii na sieci wodociągowej

Awarię na sieci wodociągowej można zlokalizować np. za pomocą korelatora cyfrowego. Założono, że zdarzenie, w którym wynik badania jest pozytywny (przrząd wskazuje wyciek wody) i jeżeli w rzeczywistości istnieje wyciek, zachodzi z prawdopodobieństwem 0,95 oraz zdarzenie, w którym wynik badania jest negatywny (przrząd nie wskazał wycieku wody) i domniemany wyciek w rzeczywistości nie istnieje, zachodzi z prawdopodobieństwem 0,97. Ponadto stwierdzono, że awarie występują w ciągu roku na 10% odcinków kilometrowych sieci wodociągowej [10, 16].

Przyjęto następujące oznaczenia [10, 16]:

- $P(+)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia, że przrząd wskaże wyciek (wynik badania pozytywny),
- $P(-)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia, że przrząd nie wskaże wycieku (wynik badania negatywny),

- $P(+awaria)$ – prawdopodobieństwo wystąpienia awarii na sieci wodociągowej,
- $P(\neg awaria)$ – prawdopodobieństwo nie wystąpienia awarii na sieci wodociągowej,
- $P(+|+awaria)$ – prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia; wynik badania jest pozytywny i w rzeczywistości wystąpiła awaria na sieci wodociągowej,
- $P(+|\neg awaria)$ – prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia; wynik badania jest pozytywny, ale w rzeczywistości nie wystąpiła awaria na sieci wodociągowej,
- $P(\neg|+awaria)$ – prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia; wynik badania jest negatywny, ale w rzeczywistości wystąpiła awaria na sieci wodociągowej,
- $P(\neg|\neg awaria)$ – prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia; wynik badania jest negatywny i w rzeczywistości nie wystąpiła awaria na sieci wodociągowej.

Poszczególne wartości prawdopodobieństw wynoszą:

$$\begin{array}{ll} P(+awaria) = 0,1 & P(\neg awaria) = 0,9 \\ P(+|+awaria) = 0,95 & P(\neg|+awaria) = 0,05 \\ P(+|\neg awaria) = 0,03 & P(\neg|\neg awaria) = 0,97 \end{array}$$

Prawdopodobieństwa cząstkowe wynoszą:

$$\begin{array}{l} P(+|+awaria) \cdot P(+awaria) = 0,95 \cdot 0,1 = 0,095 \\ P(+|\neg awaria) \cdot P(\neg awaria) = 0,03 \cdot 0,9 = 0,027 \end{array}$$

Prawdopodobieństwo zupełne zdarzenia, że przyrząd wskaże wyciek wody wynosi:

$$P = 0,095 + 0,027 = 0,122$$

Prawdopodobieństwa warunkowe obliczone zgodnie z (5) - (6) wynoszą:

- $P(+|+awaria)$ – prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia, że wystąpiła awaria na sieci wodociągowej i wynik badania jest pozytywny wynosi 0,779,
- $P(\neg|+awaria)$ – prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia, że nie wystąpiła awaria na sieci wodociągowej, pomimo, że wynik wskazania jest pozytywny wynosi 0,221.

3.2. Analiza wskaźnika intensywności uszkodzeń sieci wodociągowej

Analizę awaryjności sieci wodociągowej przeprowadza się w oparciu o dane dotyczące liczby awarii oraz długość sieci wodociągowej, wyznaczając w ten sposób wskaźnik intensywności uszkodzeń [6, 12]:

$$\lambda = \frac{n(\Delta t)}{L \cdot \Delta t} \quad (7)$$

gdzie:

- $n(\Delta t)$ – liczba awarii w przedziale czasu Δt ,
- L – długość badanych rur w przedziale czasowym Δt [km],
- Δt – rozważany okres czasu [lata].

Ze względu na brak uwarunkowań prawnych, uzyskane wyniki odniesiono do wartości granicznych wskaźników awaryjności dla poszczególnych rodzajów sieci, podanych m.in. w pracach [6, 12]:

- rozdzielcze: $\lambda_R = 0,50$ awarii/(km · rok),
- połączenia domowe: $\lambda_{PD} = 1,00$ awarii/(km · rok).

Na rys. 1 przedstawiono wyniki analizy awaryjności sieci wodociągowej dla przykładowego miasta powiatowego południowo-wschodniej Polski. Dane uzyskano z dzienników awarii z sześciu lat eksploatacji. Przeprowadzona analiza wykazała, że awaryjność przewodów wodociągowych analizowanego miasta spełnia określone wymagania.

Rys. 1. Wskaźnik intensywności uszkodzeń dla przewodów rozdzielczych i połączeń domowych

Wykorzystanie metody Bayesa umożliwia wyznaczenie prawdopodobieństwa uszkodzenia danego rodzaju sieci. Na podstawie informacji od przedsiębiorstwa wodociągowego oszacowano długość sieci rozdzielczej: 152,1 km oraz długość połączeń domowych: 76,97 km. Prawdopodobieństwo zakwalifikowania i -tego przewodu wodociągowego do danego rodzaju sieci wynosi [9, 11, 12]:

- sieć rozdzielcza: $P(X_1) = \frac{152,1}{229,07} = 0,664$,
- połączenia domowe: $P(X_2) = \frac{76,97}{229,07} = 0,336$.

Na podstawie książki awarii wyznaczono liczbę awarii sieci wodociągowej w 2015 r. Odnotowano 61 awarii sieci rozdzielczej oraz 16 awarii połączeń domowych. Prawdopodobieństwo wystąpienia uszkodzenia na i -tym rodzaju sieci:

- sieć rozdzielcza: $P(Y|X_1) = \frac{61}{77} = 0,792$,
- połączenia domowe: $P(Y|X_2) = \frac{16}{77} = 0,208$.

Prawdopodobieństwo całkowite, że wystąpi uszkodzenie:

$$P(Y) = P(X_1) \cdot P(Y|X_1) + P(X_2) \cdot P(Y|X_2) = 0,664 \cdot 0,792 + 0,336 \cdot 0,208 = 0,596.$$

Prawdopodobieństwo warunkowe, że zostaną uszkodzone przewody rozdzielcze:

$$P(X_1|Y) = \frac{0,664 \cdot 0,792}{0,664 \cdot 0,792 + 0,336 \cdot 0,208} = 0,883$$

Prawdopodobieństwo warunkowe, że zostaną uszkodzone połączenia domowe:

$$P(X_2|Y) = \frac{0,336 \cdot 0,208}{0,664 \cdot 0,792 + 0,336 \cdot 0,208} = 0,117.$$

4. Podsumowanie

Prawidłowa ocena niezawodności i bezpieczeństwa PsDyW powinna być gwarantem podejmowania właściwych decyzji eksploatacyjnych dotyczących wyboru najlepszych rozwiązań pod względem technicznym, ekonomicznym oraz eksploatacyjnym.

Stosowane metody analizy i oceny ryzyka w większości opierają się na danych eksploatacyjnych. Problem pojawia się wtedy, gdy danych brakuje, są niekompletne lub niepewne.

Jeżeli nie jest możliwe uzyskanie dokładnych i kompletnych danych statystycznych, potrzebne informacje można otrzymać od ekspertów, którzy na podstawie swojej wiedzy, doświadczenia i danych literaturowych oceniają poszczególne parametry ryzyka. Otrzymane w ten sposób dane stanowią bazę ocen subiektywnych.

Zaproponowana metoda wnioskowania z wykorzystaniem twierdzenia Bayesa ma zastosowanie przede wszystkim w procesach decyzyjnych i może być zastosowana przez operatorów sieci wodociągowej. Przedstawione przykłady pokazują szerokie zastosowanie twierdzenia Bayesa w analizach oraz ocenach niezawodności jak również ryzyka, które prowadzone są w warunkach niepewności.

5. Literatura

1. Bhattacharya S. K., Singh N. K.: Bayesian Reliability Analysis for the MED. Microelectronics and Reliability, vol. 34, iss. 10, 1994.
2. Brandowski A.: Bezpieczeństwo obiektu technicznego – pojęcia. Mat. XXXIV Zimowej Szkoły Niezawodności PAN „Niekonwencjonalne metody oceny trwałości i niezawodności”, Wydawnictwo Wydziału Transportu Politechniki Warszawskiej, Szczyrk 2006.
3. Cole P. V. Z.: A Bayesian Reliability Assessment of Complex Systems for Binomial Sampling. IEEE Transactions on Reliability, vol. 24, 1975.
4. Grabski F., Jaźwiński J.: Identyfikacja stanu obiektu technicznego w oparciu o klasyfikację bayesowską. Mat. VII Konferencji Naukowej „Bezpieczeństwo systemów”, Kościelisko '98. Wydawnictwo Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, Warszawa 1998.
5. Kwietniewski M.: Reliability modeling of Water Distribution System for Operation and Maintenance Needs. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Monografie Instytutu Budownictwa Wodnego PAN, 51(1), 2004.
6. Kwietniewski M., Rak J.: Niezawodność infrastruktury wodociągowej i kanalizacyjnej w Polsce. Stan badań i możliwości jej poprawy. PAN, Warszawa 2010.
7. Młyńczak M.: Risk assessment of the road transportation concerning dangerous goods. Safety, Reliability and Risk Analysis: Beyond the Horizon: Proceedings of the European Safety and Reliability Conference, ESREL 2013, Amsterdam 2014.
8. Pochwat K., Słyś D., Kordana S.: The temporal variability of a rainfall synthetic hyetograph for the dimensioning of stormwater retention tanks in small urban catchments. Journal of Hydrology, vol. 549, 2017.
9. Rak J.: Podstawy bezpieczeństwa systemów zaopatrzenia w wodę. Wydawnictwo PAN - Komitet Inżynierii Środowiska, t. 28, Lublin 2005.
10. Rak J., Tchórzewska-Cieślak B.: Metody analizy i oceny ryzyka w systemie zaopatrzenia w wodę. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2005.

11. Szpak D.: Metoda analizy przyczynowo-skutkowej i oceny zdarzeń niepożądanych w systemie zbiorowego zaopatrzenia w wodę. Rozprawa doktorska. Promotor B. Tchórzewska-Cieślak, Rzeszów 2018.
12. Szpak D., Tchórzewska-Cieślak B.: Modelling of failure rate of water supply network using the Bayes theorem. E3S Web of Conferences 44, 00175 (2018), 2018.
13. Tchórzewska-Cieślak B.: Metody analizy i oceny ryzyka awarii podsystemu dystrybucji wody. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2011.
14. Tchórzewska-Cieślak B., Boryczko K.: Analysis of undesirable events scenarios in water supply system by means of fault tree method. Journal of KONBiN, 2-3 (14, 15), 2010.
15. Tchórzewska-Cieślak B., Piegoń I.: Metoda identyfikacji ryzyka awarii sieci wodociągowych. Journal of KONBiN, z.1 (37), 2016, DOI 10.1515/jok-2016-0004.
16. Tchórzewska-Cieślak B., Rak J.: Możliwość wykorzystania sieci Bayesa w analizie ryzyka podsystemu dystrybucji wody. Sigma-NOT, GWiTS, z. 1, 2007.
17. Tchórzewska-Cieślak B., Włoch A.: Method for risk assessment in water supply systems. Międzynarodowe sympozjum probabilistyczne, Berlin 2006.
18. Zamorska J.: Biological Stability of Water after the Biofiltration Process. Journal Of Ecological Engineering, 19(5), 2018.